



I. Complejidad de Problemas

1. Complejidad de Problemas

Tópicos

- ◆ **Clasificación de Problemas**
- ◆ **Clasificación por su Naturaleza**
- ◆ **Clasificación por su Tratabilidad**
- ◆ **Clasificación por el tipo de Respuesta**

1.1 Clasificación de Problemas Algorítmicos

- ◆ **Por su Naturaleza**

Los problemas algorítmicos son clasificados de acuerdo a su naturaleza intrínseca respecto a la posibilidad y dificultad de resolverlos.

- ◆ **Por el tipo de Respuesta**

Los problemas son clasificados de acuerdo a la respuesta requerida por el problema.

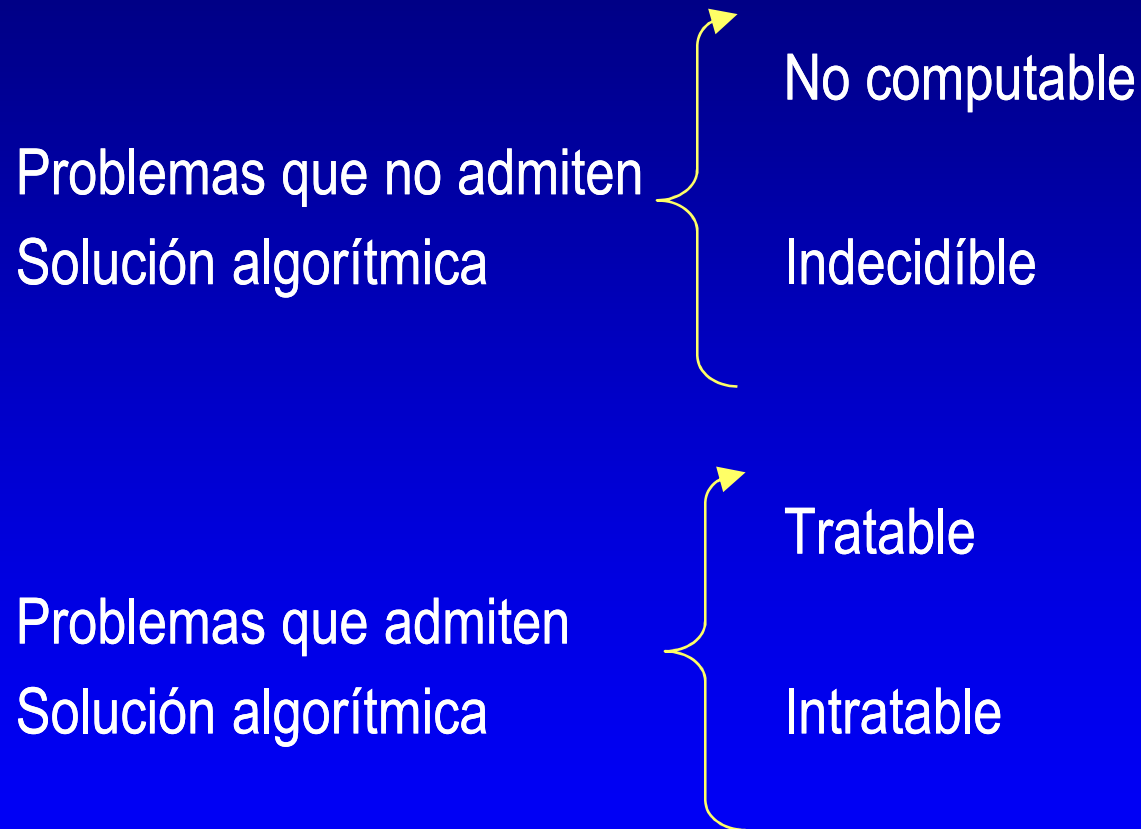
- ◆ **Por su Tratabilidad**

Los problemas que admiten solución son clasificados de acuerdo a la complejidad que presentan los algoritmos para resolverlos.

1.2 Clasificación por su Naturaleza

- ◆ Los problemas de naturaleza algorítmica que no admiten solución por algoritmo son llamados ***no - computables***.
- ◆ Los problemas de decisión y no-computables son llamados de ***indecidibles***.
- ◆ Los problemas para los cuales existen algoritmos de complejidad polinomial para resolverlos son llamados de ***tratables***.
- ◆ Los problemas que admiten solución y para los cuales comprobadamente no pueden ser resueltos por algoritmos de complejidad polinomial son rotulados de ***intratables***

1.2 Clasificación por su Naturaleza



1.2 Clasificación por su Naturaleza

Ejemplo.

Algoritmo Prob_Abierto(x°)

Inicio

Leer(x°)

$x := x^\circ$

Mientras $x \neq 1$ hacer

Si $(x \text{ MOD } 2) = 0$

Entonces $x := x/2$

Sino $x := 3x + 1;$

Fin

Problema: Determine si el algoritmo siempre termina para cualquier x° entero positivo.

1.2 Clasificación por su Naturaleza

Ejemplo Algoritmo Prob_Abierto(x°)

Respuesta:

NO SE SABE

Es un Problema No Computable

Es un Problema de Decisión

Es un Problema de Indecidible

1.2 Clasificación por su Naturaleza

Ejemplo

El Problema general de la Programación Lineal

- **ES UN PROBLEMA TRATABLE**

En 1984 Narendra Karmakar presentó el algoritmo llamado de puntos Interiores de $O(Ln^{**4})$ para resolver problemas de la Programación Lineal

Donde:

n: es el número de variables del problema

L: es el tamaño en bits de la instancia

1.2 Clasificación por su Naturaleza

Ejemplo

El Problema de Selección de Proyectos

Considere un conjunto de proyectos, con utilidades esperadas y costos conocidos. Considere también un presupuesto dado. El problema consiste en seleccionar un conjunto de proyectos tal que que presente máxima suma de utilidades y costo total no mayor al presupuesto dado

1.2 Clasificación por su Naturaleza

Ejemplo

El Problema de Selección de Proyectos

Proyectos:	P_1	P_2	P_3	...	P_n
Utilidades:	u_1	u_2	u_3	...	u_n
Costo:	c_1	c_2	c_3	...	c_n
Presupuesto:	b				

Determine un conjunto de proyectos que presente máxima suma de utilidades y costo total no mayor a “ b ”. Los proyectos seleccionados serán ejecutados al 100%.

1.2 Clasificación por su Naturaleza

Ejemplo

El Problema de Selección de Proyectos

ES UN PROBLEMA INTRATABLE

Todos los algoritmos exactos presentan complejidad no polinomial

1.3 Clasificación por su Tratabilidad: P y NP

La Clase P

Está constituida por todos los problemas comprobadamente tratables, esto es, problemas que pueden ser resueltos por algoritmos de complejidad polinomial.

1.3 Clasificación por su Tratabilidad: P y NP

Algunos Problemas de la Clase P

- Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales
- Contabilidad (registrar y/o modificar transacciones)
- Ordenar números, buscar palabras en un texto
- Juntar Archivos
- En general los sistemas operacionales (facturación, control de almacenes, planillas, ventas, etc.)
- Cualquier problema de la Programación Lineal
- Sistemas de transacciones bancarias
- En general los sistemas de información gerencial

1.3 Clasificación por su Tratabilidad: P y NP

La clase P está constituido por los problemas tratables.

1.3 Clasificación por su Tratabilidad: P y NP

La Clase NP

Está constituido por todos los problemas que pueden ser resueltos por algoritmos enumerativos, cuya búsqueda en el espacio de soluciones es realizada en un árbol con profundidad limitada por una función polinomial respecto al tamaño de la instancia del problema y con ancho eventualmente exponencial.

1.3 Clasificación por su Tratabilidad: P y NP

Relación P y NP

Ciertamente la clase NP incluye todos los problemas intratables. Además los problema de la clase P pueden ser resueltos también por algoritmos enumerativos. Por consiguiente se puede afirmar que:

$$NP \supseteq P$$

1.3 Clasificación por su Tratabilidad: P y NP

*Los problemas de la Clase NP que son intratables son llamados de **NP-difícil***

1.3 Clasificación por su Tratabilidad: P y NP

Algunos Problemas de la Clase NP-difícil

- Clique
- Cobertura de Vértices y Aristas
- Coloración de Grafos
- Mochila Lineal y Cuadrática
- Optimización de Desperdicios
- Agente Viajero
- Gestión Óptima de cortes
- Programación de Tareas
- Aprendizaje

1.4 Clasificación por el tipo de Respuesta

Los Problemas por el tipo de respuesta se clasifican en:

- **Problemas de Decisión**
- **Problemas de Localización**
- **Problemas de Optimización**

1.4 Clasificación por el tipo de Respuesta

Problemas de Decisión

Objetivo:

Responder SI o NO a una determinada indagación

Problemas de Localización

Objetivo:

Encontrar, caso exista, una estructura que verifique las restricciones del problema, dicha estructura es denominada de solución viable .

Problemas de Optimización

Objetivo:

Encontrar una estructura que verifique las restricciones del problema y optimice un criterio pre-definido. Esto es, encontrar una solución viable que optimice un criterio pre-determinado

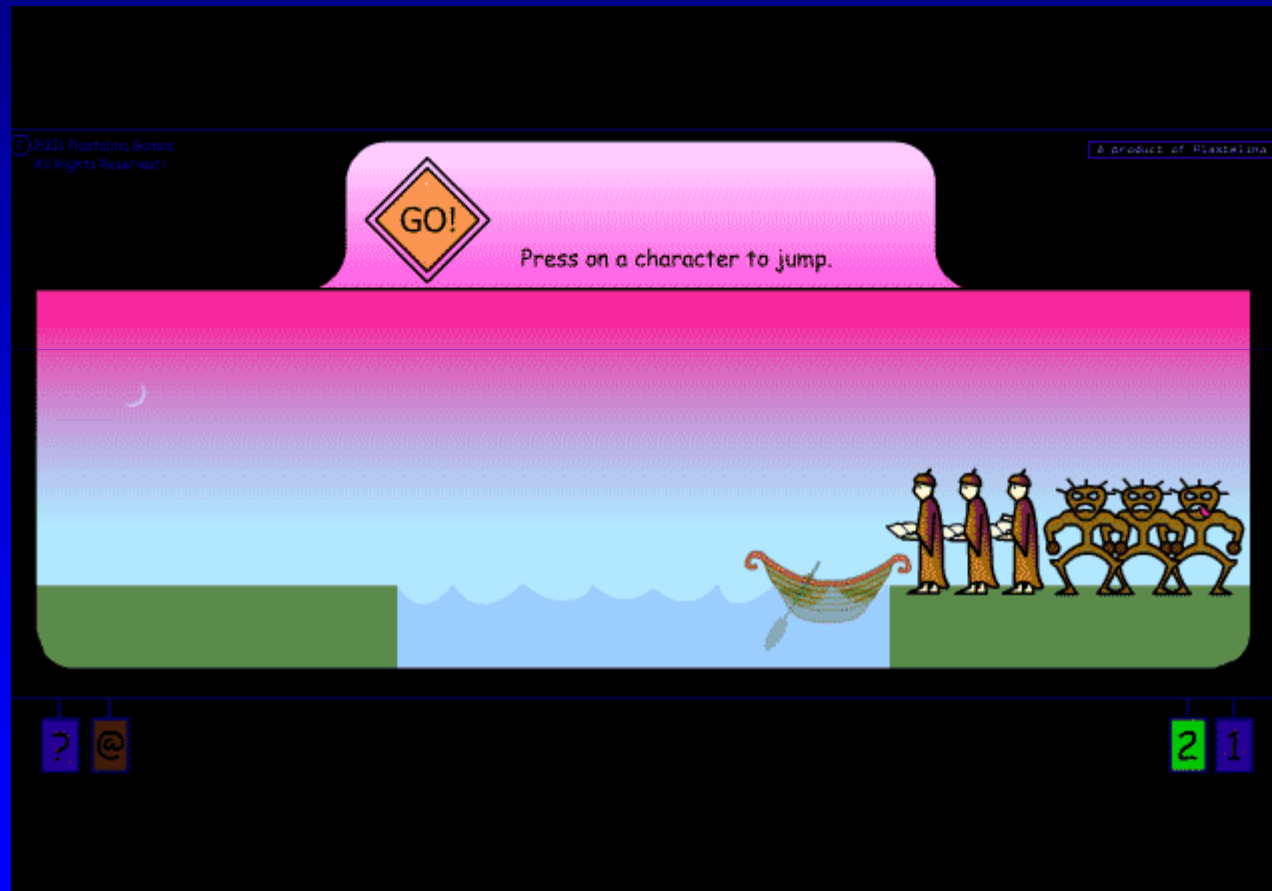
1.4 Clasificación por el tipo de Respuesta

Ejemplo: El Problema de los Misioneros y Caníbales

Considere tres misioneros, tres caníbales y una canoa de capacidad máxima de dos pasajeros; todos ellos se encuentran en una de las orilla de un río. El problema consiste en encontrar una secuencia de viajes que permita trasladar a todos los misioneros y caníbales al otro lado de la orilla del río. Se debe respetar que en cada orilla el número de misioneros (si lo hubiera) debe ser siempre no menor al número de caníbales

1.4 Clasificación por el tipo de Respuesta

Ejemplo: El Problema de los Misioneros y Caníbales



<http://www.plastelina.net/game2.html>

1.4 Clasificación por el tipo de Respuesta

Asociado al problema de los Misioneros y Caníbales, tenemos los siguientes problemas:

Problema 1:

Determine una secuencia de viajes que permita trasladar a todos los misioneros y caníbales a la otra orilla del río.

Problema 2:

Existe una secuencia de viajes que permita trasladar a todos los misioneros y caníbales a la otra orilla del río.

Problema 3:

Determine la menor secuencia de viajes que permita trasladar a todos los misioneros y caníbales a la otra orilla del río